

## О ВАЖНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ РАНГОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

**Гурина Роза Викторовна**, доктор педагогических наук, профессор кафедры физических методов в прикладных исследованиях инженерно-физического факультета высоких технологий ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет»

✉ roza-gurina@yandex.ru

*В статье раскрывается важность изучения гиперболических ранговых распределений; приводятся примеры их графического построения из образовательной и экономической сфер знаний. Изучение гиперболических ранговых распределений в различных областях знаний способствует адекватному восприятию действительности и расширению границ представлений о научной картине мира.*

**Ключевые слова:** гиперболическое ранговое распределение, гипербола, ранговый анализ, система, закон разнообразия, ценоз, ценологическое мышление.

Научная картина мира как модель мира включает систему научных знаний и представлений о материальном мире, его свойствах и атрибутах, а также способы описания мира [1, 2]. В курсе физики изучаются вероятностные способы описания систем материального мира – распределения Больцмана, Максвелла, Гаусса, Ферми и др., способствующие интеллектуальному развитию учащихся, формированию их системного и теоретического мышления. Однако, многие реальные системы объективного мира, как материальные, так социальные, в том числе образовательные, состоят из объектов с гиперболическими ранговыми распределениями (ГРР), которые составляют неотъемлемую часть теоретических знаний в третьей научной картине мира [3]. Представления о них формирует адекватное восприятие реального мира. Поэтому знакомство учащихся с ГРР является актуальным, не смотря на то, что изучение ранговых распределений (РР) выходит за рамки школьных и вузовских программ.

*Гиперболические ранговые распределения в различных областях знаний* РР является результатом процедуры ранжирования – приведения значений параметра  $W$  объектов системы в соответствие рангу  $r$  (номеру объекта ранжирования) в порядке убывания  $W$ . Убывание рангового параметра  $W$ , происходящее по гиперболическому закону имеет вид:

$$W = \frac{A}{r^\beta}, \quad (1)$$

где  $W$  – ранжируемый параметр системы,  $r$  – ранговый номер элемента в ней (1,2,3...),  $A$  – максимальное значение параметра  $W$  с рангом  $r=1$ ,  $\beta$  – коэффициент, характеризующий степень крутизны гиперболы.

Впервые же ГРР описал Ципф применительно к текстам ( $W$  – частота, с которой встречается определённое слово в тексте) [4].

Применение закона ГРР (1) составляет сущность рангового анализа (РА) или ценологического (ценозологического) подхода, разработанного более 30 лет назад для техноценозов Б.И. Кудриным [3] – основателем школы исследователей, применяющих РА для изучения систем разных видов. Ценоз – «сообщество» – совокупность объектов (особей), имеющих определённое место обитания, РР которых описывается уравнением (1). Отличительная особенность таких сообществ – борьба за ресурсы. Такая терминология заимствована из теории биоценозов. Теория РА довольно глубоко разработана в области техники (к примеру, в электроснабжении промышленных и других видов предприятий) и широко применяется на практике для оптимизации технических систем, в том числе оборонного комплекса [5]. Учёными анализируются также гиперболические распределения в социальных процессах [6]. На большом статистическом материале доказано, что закон ГРР (1) справедлив и для образовательных систем на разных уровнях [7,8]. Объекты ранжирования в них – учащиеся, классы, школы и т.д., их параметры – это успеваемость, рейтинг в баллах, показатели эффективности и т.п. На рис. 1 приведены примеры таких эмпирических графиков с теоретическими аппроксимационными кривыми.  $R^2$  – квадрат коэффициента регрессии (показывает степень приближения эмпирических точек к теоретической гиперболе). Обработка результатов и построение графиков осуществлялось с применением компьютерной программы Origin 7.5 Pro. На рис. 1, а, б представлены графики ГРР рейтинга научной деятельности преподавателей Ульяновского госуниверситета, построенные по данным сайта УлГУ ([www.ulsu.ru](http://www.ulsu.ru)).

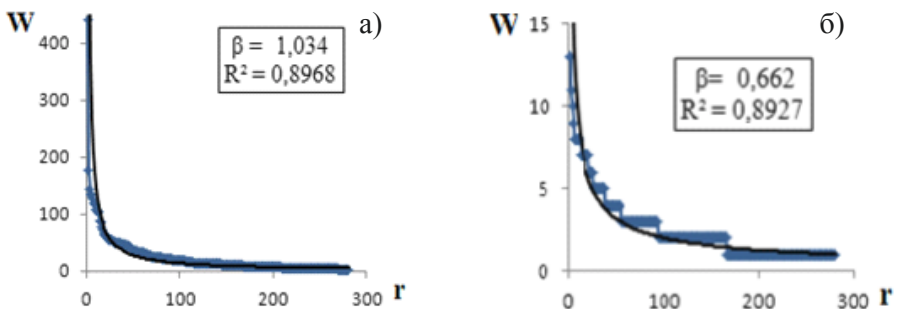


Рис. 1. Рейтинговые ГРР преподавателей УлГУ, где  $W$  – рейтинговый показатель,  $r$  – ранговый номер преподавателя в рейтинговой таблице; а) по количеству опубликованных статей; б) по индексу Хирша.

В обоих случаях  $R^2$  имеет высокие значения и равен 0,90 и 0,89 соответственно, то есть свидетельствует о высокой степени приближения эмпирических точек к теоретическим гиперболам. Коэффициент  $R^2$  может служить показателем валидности тестовых заданий, а также качества системы показателей в оценке эффективности учебных заведений. Чем больше

$R^2$ , тем лучше эмпирические точки ложатся на теоретическую кривую, тем лучше система оценки качества образовательных учреждений, или тем лучше валидность тестов. Адекватный рейтинг, правильно составленные и правильно проверенные олимпиадные, тестовые и контрольные задания приводят к результатам, которые адекватно отражаются гиперболическим законом  $PP(1)$  [8].

Кроме областей техники и социальной сферы, ГРР описывают состояния объектов многих реальных систем материального мира – геологических, экологических, экономических, лингвистических, археологических и др. ([www.kudrinbi.ru](http://www.kudrinbi.ru)). Например Л.Ю. Щапова рассматривает в пределах каждой археологической эпохи совокупность орудий труда и борьбы как древний техноценоз [9]. Получены и построены ГРР из астрономической области знаний ([www.gurinarv.ulsu.ru](http://www.gurinarv.ulsu.ru)): планет солнечной системы по массам, 621 экзопланет (планет других звёздных систем) по массам, астероидов по массам, комет по периодам обращения, химического состава звёзд, почвы Луны, атмосферы Земли и других планет, межзвёздной среды, пульсаров по периодам пульсаций и многие другие [10]. Ряд исследователей используют РА в области экономики для прогнозирования стабильности тех или иных экономических показателей [11].

Из экономической области знаний на рис.2 здесь приведены, построенные нами, ГРР ВВП стран мира и Евросоюза, аппроксимированные математической зависимостью (1) с довольно высокой точностью:  $R^2$  равен 0,86 и 0,85 соответственно.

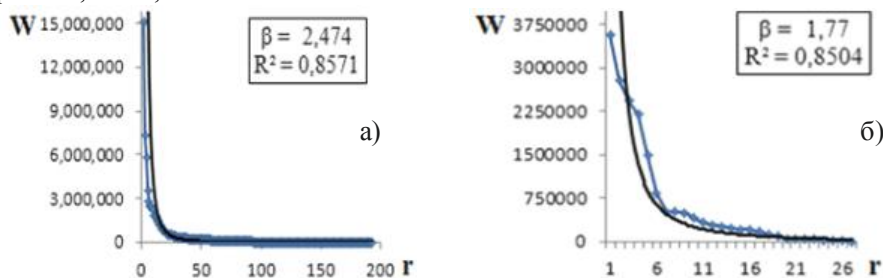


Рис.2. ГРР стран мира и Евросоюза по ВВП:

а) стран мира на 2011 год;  $r = 1$  – США, 2 – Китай, 3 – Япония, 4 – Германия, 9 – Россия, 34 – Греция, 192 – Тувалу;  $W$  – ВВП в млн. €,  $r$  – ранговый номер страны;

б) стран ЕС на 2012 год;  $r = 1$  – Германия, 12 – Греция, 27 – Мальта.

Из 192-х стран мира (рис. 2, а) 80% мирового богатства сосредоточено лишь в 18 странах, которые составляют 9,4% от общего числа (18/192). Примерно также обстоят дела в Евросоюзе: 76% богатства 27 стран ЕС сосредоточено в 6 странах ( $r = 1 - 6$ ), составляющих 22% всех стран Евросоюза (рис 2, б). Закон ГРР для различных реальных систем даёт объяснение того факта, что лучших объектов в любом ценозе мало – не более 20%.

*Значение РА для методологии науки.*

А) *Закон ГРР и закон Парето.* Закон ГРР (1) являет собой уточнённую версию широко известного закона Парето или принципа дисбаланса 80/20, согласно которому диспропорция является неотъемлемым свойством системы [12]. Например, в бизнесе 20 % ассортимента ходовой продукции даёт 80 % дохода; 20 % профессоров учреждения выполняют 80% всей научной работы; лишь 20 % детей используют 80 % возможностей, представляемой системой образования страны; 20% преступников совершают 80% преступлений; около 80% европейского ВВП сосредоточено в 6-и странах и т.д. Согласно вышесказанному, Германии никогда не удастся подтянуть проблемные страны Евросоюза до своего экономического уровня, вопреки объективным законам ГРР (1) и Парето. Совокупность стран ЕС представляет собой устойчивый ценоз с неравномерным развитием экономик, который объективно описывается законом ГРР (1) (рис.2, б).

Принцип 20/80 до сих пор плохо учитывается в педагогике. Советская система образования содержала идею всеобщего равенства и единообразия. В любом классе, среди учащихся должны быть «звёзды», но должны быть и «средние» и «слабые», и это нормальное устойчивое состояние системы. Распределение (1) обосновывает закономерности функционирования учебной группы как ранговой системы: отсев неуспевающих, ограниченное число олимпиадников, медалистов. Значение ценологического (ценозологического) подхода в педагогике состоит в том, что он позволяет формировать состязательную среду здоровой конкуренции в образовательном пространстве учебной группы. Осознание учащимися своего места в ранговой системе, что все они не одинаковые, формирует у них ценологическое (ценозологическое) мышление, которое позволяет оценить свои возможности в постановке реальных целей и задач, мотивирует и побуждает к действию найти средства, с помощью которых каждый учащийся сможет улучшать параметры успеваемости и «двигаться вверх по ранговой кривой». Задача учителя, воспитателя найти для каждого учащегося такое РР, в котором он будет в числе первых (если не учёба, то спорт, художественная самодеятельность, музыка, шахматы и т.д.).

Знание закона (1) и обязательная визуализация его в виде построения графических РР рейтинга успеваемости учащихся класса (группы, курса) необходимы для управления образовательным процессом и его оптимизации. Наличие РР в виде списка не даёт информации о характере убывания: убывание может происходить по любому другому закону. Только графическое изображение табличных данных РР и их аппроксимация зависимостью (1) обеспечивает наглядность и знание о характере рангового убывания.

Б) *Закон ГРР и закон необходимого разнообразия Эшби.* ГРР – это визуализированный в графическом исполнении закон разнообразия Эшби. В настоящее время разнообразие признано одним из основополагающих универсальных характеристик систем (технических, естественнонаучных, социальных и, в том числе, педагогических). У. Р. Эшби сформулировал в

кибернетической теории систем основной принцип управления, названный им законом необходимости разнообразия: разнообразие управляющей системы должно быть не меньше разнообразия управляемой системы (среды). Смысл закона в том, что управляющая система должна обладать свойством изменять своё разнообразие в ответ на возмущение управляемой среды, а при возникновении проблемы необходимо, чтобы управляющая система имела большее разнообразие, чем разнообразие решаемой проблемы. В противном случае такая управляющая система не сможет решать задачи управления, будет малоэффективной и непригодной (Эшби, 1959).

Однако, каким должно быть необходимое разнообразие? Каков его характер? Эшби не даёт ответа. Гиперболический закон РР является математическим выражением закона разнообразия, т.е. принцип Эшби и закон РР (1) – две стороны одной медали. Значение понятия «необходимое разнообразие» приобретает конкретный смысл – это разнообразие параметров системы, которое в РР образует гиперболу. Всякое отклонение от гиперболы в РР приводит систему к дисбалансу и затем к разрушению. Закон ГРР для различных реальных систем отражает реальное разнообразие объектов в системе и даёт объяснение того факта, что лучших объектов в любом ценозе мало – не более 20%, сколько именно – это зависит от крутизны гиперболы – рангового коэффициента  $\beta$ . Основной же «вес» в систематике гиперболического РР принадлежит среднестатистическому большинству (по терминологии ценологической теории – «саранчёвой касте»). Чем больше крутизна гиперболы  $\beta$ , тем менее разнообразна система – лучших особей становится меньше, средних и плохих больше. С уменьшением  $\beta$  ГРР стремится к равномерному (линейному) убыванию параметра  $W$  – состоянию с максимальным разнообразием. Поясним сказанное на примере рейтингового РР успеваемости. Если в такой системе убывание рейтингового параметра  $W$  происходит линейно, то учащиеся по уровням успеваемости разделяются поровну на 3 большие группы: число лучших, средних и слабых в каждой группе будет составлять поровну – по 1/3 в каждой категории. Однако, в реалиях это не так – число лучших (в ценологии это «кнова каста») в группе всегда мало, либо единицы. Полное отсутствие разнообразия  $\beta=0$  (график  $W = \text{const}$ ) соответствует ситуации, когда все учащиеся имеют одинаковый рейтинг), однако, такое состояние образовательной системы не соответствуют реалиям. Закон ГРР является количественным отражением закона разнообразия Эшби и, по сути, является законом сохранения гиперболического разнообразия.

*Использование РА при изучении распределения случайных величин.* Опыт проведения практических занятий по решению задач и проведения лабораторных работ на эту тему показал, что понимание студентами распределения Гаусса и его параметра – дисперсии существенно упрощается при наглядном представлении объектов Гауссова распределения в виде РР. Для этого вводится дополнительное задание, которое студенты выполняют в 2 этапа: 1) ранжируют совокупность значений параметров Гауссова распределения  $W$  в порядке убывания  $W$ ; 2) строят график РР  $W$  ( $r$ ).

Такой график имеет вид S-образной кривой, рис. 3, б, симметричный относительно биссектрисы прямого угла, образующего координатные оси. График Гауссового распределения  $f(W)$  (рис. 3, а) для наглядности повернут на 90 градусов в плоскости рисунка по отношению к графику рис. 3, б. Из сопоставления обоих графиков видно, что большинство значений параметра  $W$  лежат в пределах значений 160-240. Приведённые на рис. 3 графики построены с использованием программы Matlab и метода обратных функций, позволяющих осуществить имитационное моделирование случайных чисел (выборка 10000) с заданным Гауссовым распределением. С уменьшением дисперсии Гауссового распределения крутизна S-образной характеристики ПР увеличивается, угол  $\alpha$  между касательной к S-кривой в точке перегиба и горизонтальной осью уменьшается. Вышесказанное позволяет утверждать, что методология научных исследований пополнилась дополнительным методом, позволяющим идентифицировать принадлежность выборки значений случайных величин к Гауссовому распределению по внешнему S-образному виду графика ПР.

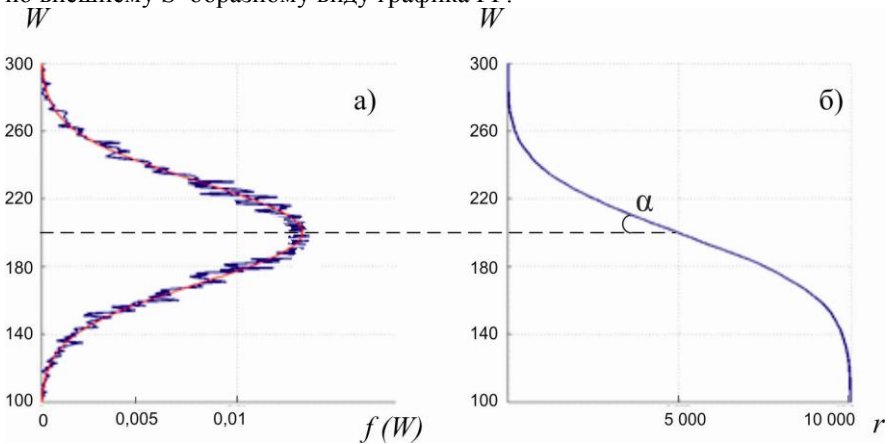


Рис.3. Гауссово частотное распределение  $f_i = f(W)$  (а) и, соответствующее ему, ПР этих же величин  $W(r)$  (б).

Таким образом, понимание статистических Гауссовых закономерностей упрощается при привлечении РА в методику их изучения.

Гиперболические ПР изучаются в УЛГУ в рамках проектной научной деятельности студентов в процессе выполнения ими выпускных квалификационных работ и магистерских диссертаций, а также на текущих практических занятиях и семинарах со студентами, получающими дополнительную квалификацию «Преподаватель».

Таким образом, изучение реальных ГРР в математическом и графическом выражении из различных областей знаний позволяют пополнить систему знаний о мире и расширить границы представлений о научной картине мира у школьников и у будущих специалистов – студентов вузов. По-

лучение знаний о ГРП особенно важно для обучающихся по направлению «Управление качеством».



### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пурьшева Н.С., Гурина Р.В. Интерпретации физической картины мира //Знание. Понимание. Умение. – 2011. – №2. – С.50-55.
2. Соколова Е.Е., Гурина Р.В. О соотношении языковой и научной картин мира // Знание. Понимание. Умение.– 2010, №3. – С. 83-88.
3. Кудрин Б.И. Введение в технетику. Томск: Изд-во ТГУ, 1993. 552 с.
4. Zipf J.K. Human behaviour and the principle of least effort / – Cambridge (Mass.): Addison-Wesley Pres, 1949, XI. 574 p.
5. Гнатюк В.И.. Оптимальное построение техноценозов. Теория и практика М.: Центр системных исследований.- 1999. – 272 с.
6. Петров В.М., Яблонский А.И. Математика и социальные процессы: гиперболические распределения и их применение.М.: Знание. 1980. – 64 с
7. Гурина Р.В.). Ценологические исследования педагогических образовательных систем//Ползуновский вестник. –2004, №3. –С.133-138.
8. Гурина Р.В. Ранговый анализ образовательных систем (ценологический подход). Методические рекомендации для работников образования. «Ценологические исследования». М.:Технетика. – 2006. 40 с.
9. Щапова Ю.Л. «Уровень сложности организации»– известная идея в основе изучения древних техноценозов/ Междисциплинарность ценологических исследований. Общая и прикладная ценология. Материалы XIV конференции по технетике и общейценологии с международным участием (Москва, МЭИ, 19 ноября, 2009 г) Вып 43. «Ценологические исследования» - М.: Технетика.–2010.– С.209-214.
10. Гурина Р.В. Космические системы как астроценозы. / Ценологическое моделирование: теоретические основания и практические результаты. Материалы XV конференции по философии техники и технетике и семинара по ценологии (Москва, МЭИ, 19 ноября, 2010 г) Вып 47. «Ценологические исследования» – М.: Технетика. –2011. – С. 178 – 185.
11. Фуфаев В.В. Экономические ценозы организаций. – М.:Абакан: Центр системных исследований. – 2006. – 86 с.
12. Кох Р. Закон Парето или принцип 80/20 //Общая и прикладная ценология. 2007. – №4. – С.76-79.
13. Эшби У.Р. Введение в кибернетику. Изд. ин.литературы. – 1959. – 432 с.